

Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Compresión en Elementos de madera

**Construcciones
Metálicas y de Madera**

5º TCO

Cód. 20503-16

Ing. Rosa Lefevre
Colaboradora:

M.M.O. Liliana Cano



Dpto. de Construcciones

Masterización: RECURSOS PEDAGÓGICOS

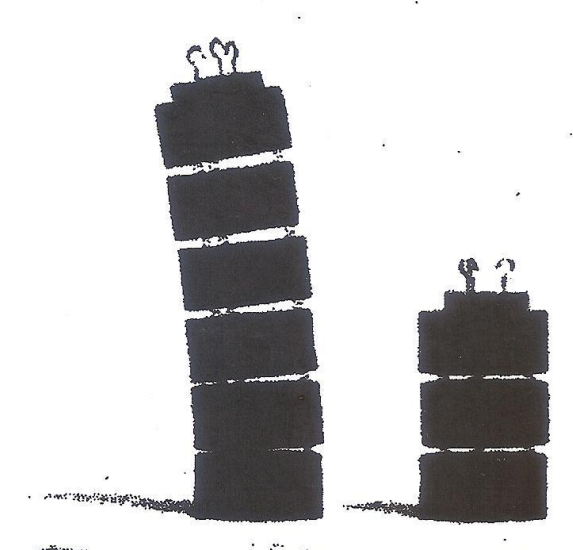


Bibliografía:

- Normas DIN 1052
- Introducción a las estructuras de los edificios – Diego Díaz Puertas – Edición Summa – 1979
- Construcción en Madera – Otto Frick – Editorial Labor – 1953
- La Construcción Metálica – Tomo I – Agustín Ramos López – 1963

Elementos de madera sometidos a Compresión:

Al considerar elementos sometidos a compresión debemos distinguir entre piezas cortas y piezas largas, en función a la relación entre sus longitudes. Si se observa la foto del experimento realizado con dos piezas ejecutadas con tambores macizos superpuestos y separados mediante resortes metálicos se ve que bajo la acción de una misma carga la pieza corta experimenta acortamientos de sus juntas y la esbelta (o larga) muestra una desviación lateral que es lo que denominamos “pandeo”.



En una barra esbelta bajo la acción de cargas de compresión se verifica que mientras la carga permanezca por debajo de un determinado valor “ P_{ki} ”, la barra conserva su forma recta, siendo su equilibrio estable. Incrementando P hasta alcanzar dicho valor, además de la posibilidad del estado de equilibrio con la forma recta de la pieza aparecen otros estados posibles de equilibrio en los que la forma recta se convierte en curva con desplazamientos infinitesimos de sus diversos puntos. Para nuevos incrementos de la carga P los desplazamientos se hacen finitos y la pieza prismática se encuentra sometida a flexión compuesta, debido al descentramiento de la carga P con relación a la directriz de la barra. En dicha flexión compuesta el valor máximo del momento flector será:

$$M = P \cdot y$$

Podemos decir que la barra se comporta como si al alcanzar la carga exterior el valor crítico que da lugar al cambio de forma, se produjese una pérdida repentina de la capacidad de resistencia, hasta el punto que en las piezas sobreviene la rotura bajo tensiones de compresión que no sólo son inferiores a las de rotura, sino a aquellas correspondientes a los límites de fluencia y proporcionalidad.



Al abandonar la pieza su posición recta las tensiones se determinan por la fórmula:

$$\sigma = P/F + M/W$$

donde

P = carga axial $> P_{ki}$

F = área de la sección de la pieza comprimida

M = momento flector = $P \cdot y$

W = módulo resistente

Para pequeños incrementos de la carga P por encima de P_{ki} se producen recorridos importantes, que aumentan considerablemente las tensiones debido a la aparición del término M/W en la fórmula. Luego, se puede decir que para estructuras usadas en la construcción la carga de rotura coincide prácticamente con P_{ki} , entonces la piezas esbeltas cargadas axialmente puede sobrevenir la rotura bajo tensiones de compresión que no sólo son inferiores a las tensiones de rotura del material de la pieza sino a las de su límite de fluencia.

Leonhard Euler determinó la carga crítica de rotura P_{ki} , para las piezas axialmente comprimidas que cumplen las siguientes condiciones:

- Las piezas se hallan articuladas en sus extremos, y sus secciones transversales constantes en toda su longitud, son cuadradas o circulares para que su inercia con relación a cualquier eje que pase por su centro de gravedad, se mantenga constante.
- El módulo de elasticidad, E , pertenece constante hasta la rotura.
- El eje de las piezas es matemáticamente recto.
- La carga externa P actúa exactamente a lo largo del eje.
- Los recorridos de los puntos del eje de la pieza son muy pequeñas.

$$P_{ki} = (\pi^2 \times E \times I) / L^2$$

Este valor para el que existe bifurcación de equilibrio, forma recta o curva, es un valor crítico denominado **carga de pandeo de Euler**.

Si E no es constante hasta la rotura la fórmula de pandeo de Euler sólo es válida cuando da lugar a tensiones menores que la tensión de proporcionalidad (σ_p).

Si definimos como esbeltez mecánica al cociente entre la longitud de la barra entre ejes de articulación y el radio de giro.

$$\lambda = L/i$$

Y si recordamos que el radio de giro es:

$$i = (I/F)^{1/2}$$

Podemos definir a la tensión crítica como:

$$\sigma = P_{ki} / F = \pi^2 EI / (L^2 \times F) = \pi^2 E \cdot I \cdot F \cdot i^2 / (L^2 \cdot F) = \pi^2 E / \lambda$$

Engesser, estudió el comportamiento teórico de piezas comprimidas de acero bajo tensiones superiores al límite de proporcionalidad. Partió de las mismas hipótesis que Euler exceptuando la constancia de E y obtuvo una fórmula similar para la tensión crítica que también depende de la esbeltez de la pieza.

Debería entonces, determinarse un valor de tensión admisible para cada caso en particular (ya que la tensión de trabajo no debe superar la tensión crítica la que a su vez depende de la esbeltez).

Para evitar tener que trabajar con tensiones admisibles distintas y coeficientes de seguridad distintos y además poder tener en cuenta situaciones reales que no se tienen en cuenta en las fórmulas de Euler ni de Engesser, es que se utiliza el denominado método Dömke (o método ω).

Longitudes ideales de pandeo:

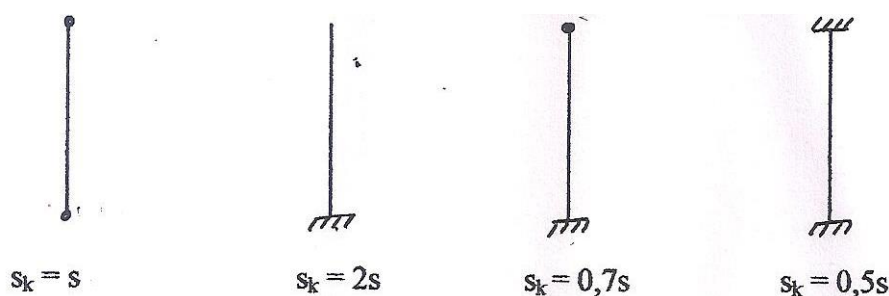
Los casos de inestabilidad estudiados han sido aplicados a piezas rectas, articuladas en sus extremos, de sección constante y solicitadas por una carga P , también constante en toda su longitud.

En la práctica no es posible contar, salvo raras excepciones, con extremos perfectamente articulados, además las cargas pueden variar a lo largo de la pieza.

Con el objeto de facilitar los cálculos, en el caso de piezas que se separan de las condiciones ideales supuestas, se maneja una longitud ideal de pandeo.

Se define como **longitud ideal de pandeo (S_k)** de una barra con cualquier vinculación en sus extremos, a la longitud que debería tener una pieza teórica (articulada en sus extremos, de sección constante y sometida a carga centrada constante), de manera tal que tenga la misma carga crítica que la barra real.

Podemos tener cuatro tipos de vinculaciones en los extremos de las barras para los cuales tendremos las siguientes luces de pandeo (con carga constante):



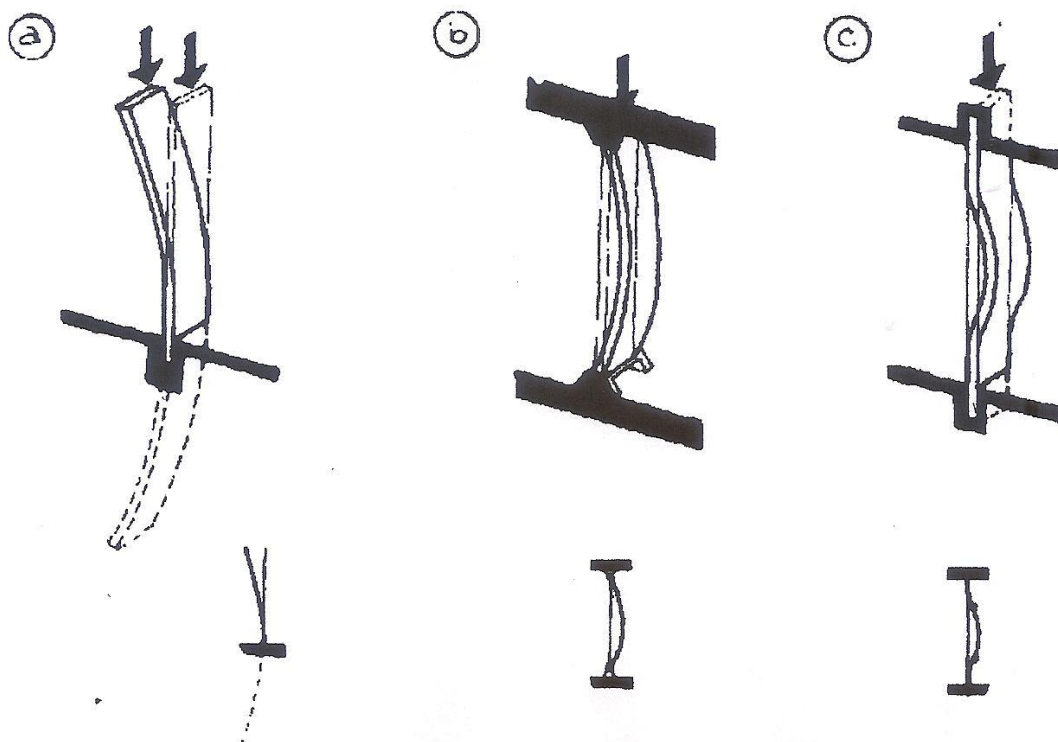
En general podemos decir que:

$$S_k = \beta \cdot s$$

S : longitud real de la barra

S_k : longitud ideal de pandeo

β : coef. que depende del tipo de vinculación de la barra y del esfuerzo normal que actúa sobre la misma. En el caso de esfuerzo normal variable a lo largo de la longitud de la barra existen tablas dadas por los distintos reglamentos que permiten determinar dicho coeficiente. (Ver anexo de tablas)



Método Dömke:

Es un método iterativo que consiste en la repetición de una serie de pasos para llegar al dimensionamiento de la sección. Se trata de un método aproximado, pero tiene la ventaja que puede usarse para cualquier material sólo cambiando la tabla para obtener los coeficientes.

Se basa en considerar:

$$\sigma = \omega S/F < \sigma_{adm}$$

Para comenzar la iteración se considera $\omega = \omega_0 = 1$ y se obtiene una sección $F_0 = S/\sigma_{adm}$ de esta sección se puede obtener su radio de giro i_0 , que a su vez nos permitirá determinar λ_0 ; con este valor se irá a la tabla de reducción $\lambda_0 - \lambda$, (ver anexo tablas); con λ se entrará en la tabla $\lambda - \omega$ (ver anexo tablas) y se determina ω con el que se calcula la sección necesaria:

$F_{nec.} = \omega S/\sigma_{adm}$ de esta sección puede obtenerse su radio de giro i , y con él determinar la esbeltez λ , con la cuál nuevamente se determinará un coeficiente de pando ω , que nos permitirá verificar la sección adoptada:

$$\sigma = \omega_{real} S/F_{real} < \sigma_{adm}$$

Si esta verificación no se cumple se repetirá el proceso volviendo a calcular una sección necesaria con el último ω real.

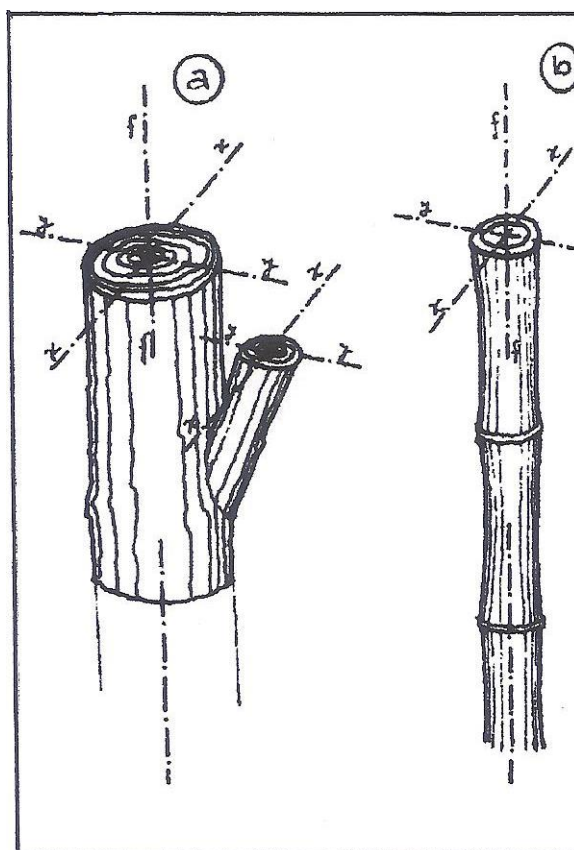
Es importante recordar que las tablas a utilizar correspondientes a $\lambda - \omega$ variarán de acuerdo con el material empleado, lo mismo que la tensión admisible.

También es importante destacar que en el caso de madera si no se dispone de la tensión admisible se deberá afectar a la tensión de rotura de un coeficiente de seguridad variable entre 8 y 10. Siempre debe tomarse para la tensión admisible a compresión el valor correspondiente a la tensión paralela a las fibras que aparece en las tablas del anexo.

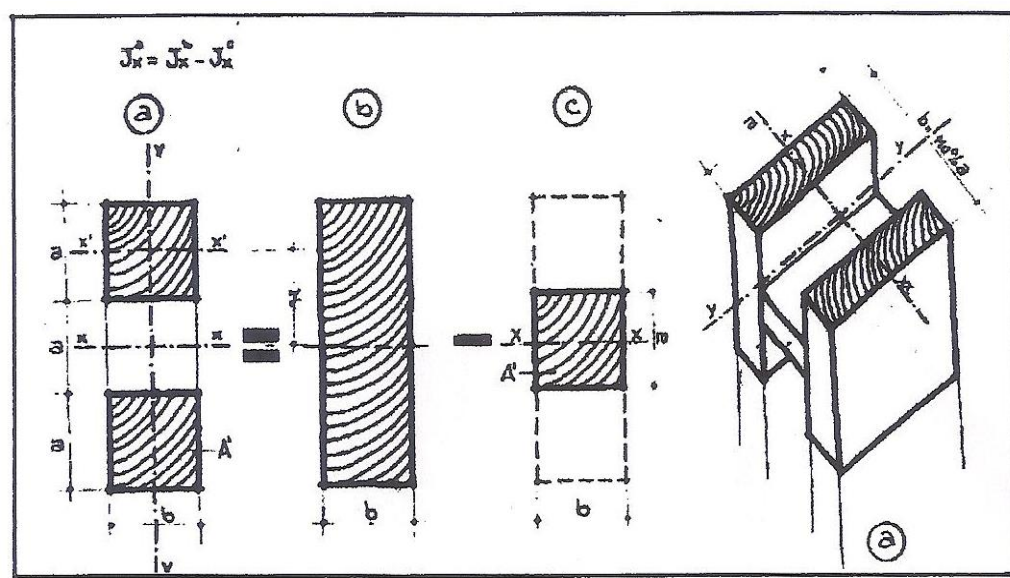
Secciones usadas en compresión:

Una columna o barra comprimida bajo la acción de una carga que actúa axialmente induce a suponer que la mejor distribución del material de su sección será aquella en la que se lo distribuye alrededor de ese eje, disposición que es corroborada por los ejemplos que la naturaleza ofrece con las especies vegetales: secciones circulares o anulares de troncos o cañas respectivamente.

Las secciones circulares macizas o anulares son formas más aptas a los requerimientos del trabajo a compresión con exposición al pandeo ya que cualquiera sea el eje que se tome el radio de giro es el mismo, o sea que ofrece una misma aptitud resistente con respecto a cualquier eje. Sin embargo no siempre es posible conformar piezas con secciones circulares o anulares. Las secciones más usadas en la práctica constructiva son cuadradas o rectangulares, entonces a los efectos del dimensionamiento o verificación deberán calcularse los radios de giro correspondientes a los principales de la luz de pandeo correspondiente y el radio de giro asociado.



Secciones reales



Comprensión para secciones compuestas:

En el caso de secciones compuestas deberemos verificar el pandeo perpendicular al eje x-x como si la sección compuesta fuera una sección simple cuyo ancho sea igual a la suma de los anchos de las secciones simples.

Para el pandeo perpendicular al eje y-y no puede contarse con una colaboración completa de cada una de las barras simples, por lo tanto ha de calcularse la inercia de la sección compuesta con respecto al eje y-y (aplicando el teorema de Steiner) llamándose con J a dicho valor, luego se calculará momento de inercia de una sección maciza que resultaría de la unión de las secciones simples y se lo denominará J_0 , por último se deberá tomar para el cálculo del coeficiente de pandeo el momento de inercia efectivo J_w de la barra compuesta obtenido como:

$$J_w = \frac{3}{4}J_0 + \frac{1}{4}J$$

Se debe verificar también que el momento de inercia mínimo de la barra simple debe ser mayor o igual que:

$$J_1 = (10 S S_k^2)/n$$

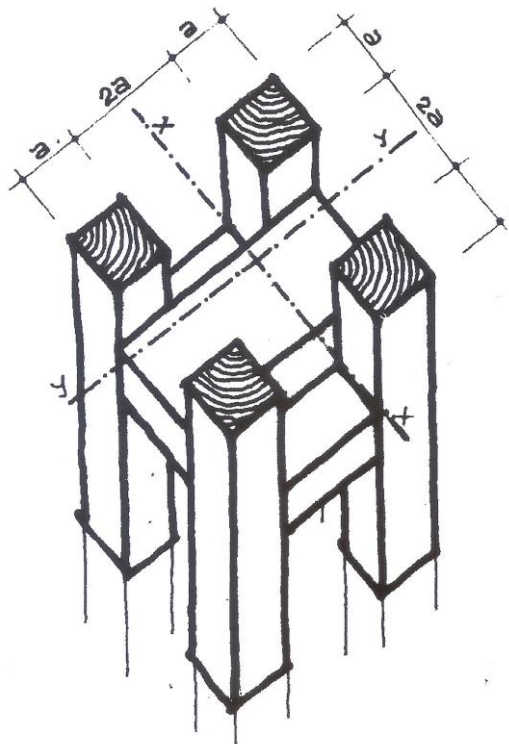
En donde

S es la máxima compresión de la barra total en Mp

S_k es la longitud de pandeo de la barra total en m

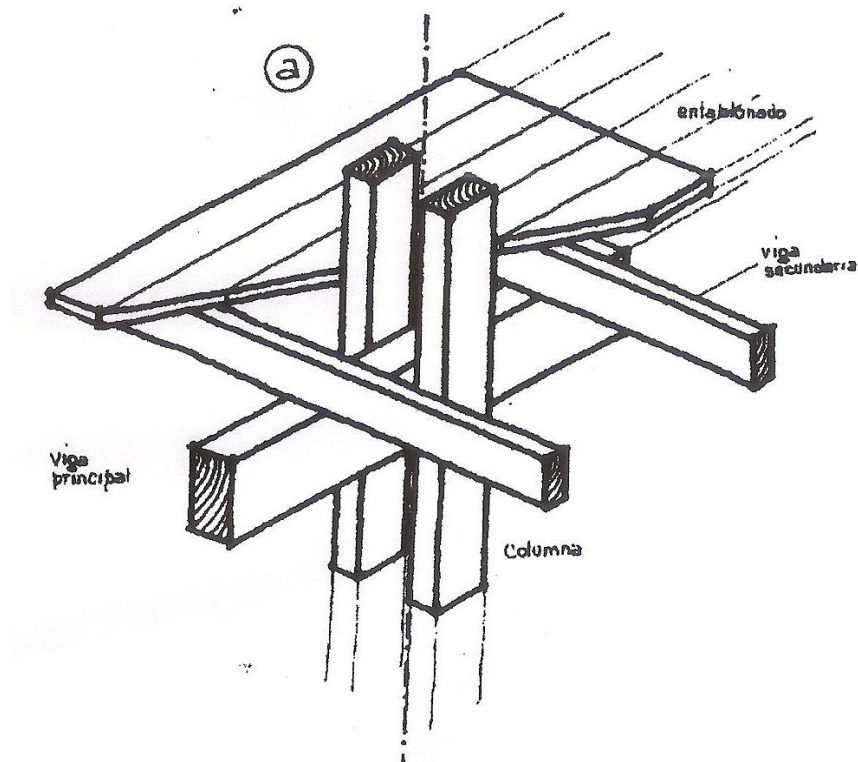
N número de barras simples.

Secciones Compuestas

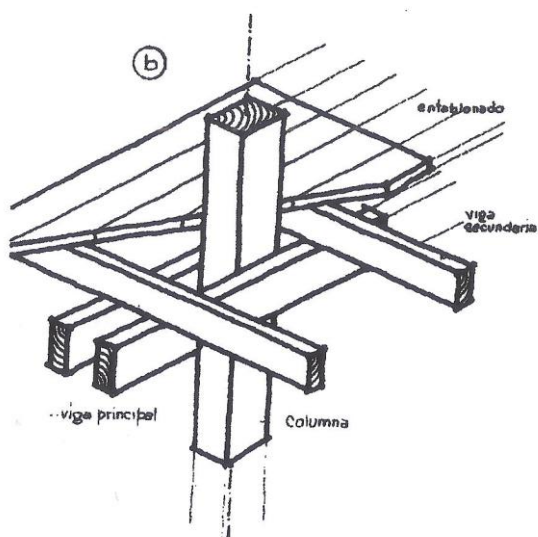




Detalle constructivo del encuentro de una columna compuesta y una viga en un entrepiso de madera (a).



Variante sobre la base de la columna de sección simple y la viga desdoblada en dos piezas (b).



Anexo tablas



TABLA DE CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE SECCIONES USUALES DE MADERA

a (pulg.)	b (pulg.)	a (cm)	b (cm)	F (cm)	Wx (cm)	Jx (cm)	ix (cm)	Wy (cm)	Jy (cm)	iy (cm)
2	2	5,08	5,08	25,81	21,85	55,5	1,47	21,85	55,5	1,47
2	3	5,08	7,62	38,71	49,16	187,3	2,2	32,77	83,25	1,47
2	4	5,08	10,16	51,61	87,4	443,98	2,93	43,7	110,99	1,47
3	3	7,62	7,62	58,06	73,74	280,96	2,2	73,74	280,96	2,2
3	4	7,62	10,16	77,42	131,09	665,97	2,93	98,32	374,61	2,2
3	6	7,62	15,24	116,13	294,97	2247,65	4,4	147,48	561,91	2,2
3	8	7,62	20,32	154,84	524,39	5327,76	5,87	196,64	749,22	2,2
3	10	7,62	25,4	193,55	819,35	10405,79	7,33	245,81	936,52	2,2
3	11	7,62	27,94	212,9	991,42	13850,1	8,07	270,39	1030,17	2,2
3	12	7,62	30,48	232,26	1179,87	17981,2	8,8	294,97	1123,82	2,2

Compresión en elementos de Madera

Construcciones de Madera y de Hierro

TENSIONES ADMISIBLES DE MADERAS

TIPO DE MADERA	PESO ESPECÍFICO kg/m ³	MÓDULO DE ELASTICIDAD	TRACCIÓN	COMPRESIÓN		FLEXIÓN	CORTE	
				Paralelo fibra	Normal fibra		Paralelo fibra	Normal fibra
PIÑONERA	780	90.000	90	50	20	100	15	35
PINO SPRUCE	500	75.000	70	45	15	70	8	40
ROBLE	800	140.000	100	80	35	100	15	70
CEDRO	700	102.000	80	50	20	80	10	45
TIPA	690	120.000	100	60	30	100	13	50
ALAMO	400	80.000	40	15	10	40	7	12
CUPIPAY COLORADO	1100	150.000	120	100	40	120	18	80
CUPIPAY NEGRO	1100	134.000	100	75	38	100	23	70
CUPIPAY BLANCO	900	136.000	100	60	20	100	20	50
COIHUE	620	102.000	40	30	5	40	10	25
GUAYACAN NEGRO	1150	97.000	75	95	55	75	20	45
INCIENSO AMARILLO	950	141.000	100	75	35	100	20	45
INCIENSO NEGRO	850	112.000	100	70	45	100	20	45
LAPACHO VERDE	950	134.000	100	75	40	100	25	55
LAPACHO NEGRO	1100	157.000	120	90	40	120	20	60
MORA AMARILLA	1100	178.000	110	90	25	110	25	55
MORA COLORADA	1100	116.000	100	90	40	100	20	45
RANZUBAY	1000	86.000	75	60	50	75	20	60
QUEBRACHO COLORADO	1250	172.000	120	85	35	120	25	60
QUEBRACHO BLANCO	900	67.000	60	50	45	60	20	40
URUNDAY	1200	116.000	120	80	40	120	20	55
VIRARO	900	126.000	80	55	40	80	17	40
VIRAPITA	900	96.000	60	55	20	60	15	40
ALGARROBO	800	130.000	100	48	20	100	20	45

Tensiones y Módulo de elasticidad en kg/cm²



LUCES DE PANDEO

s_K

	<p>1. Articulada en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+2,18 \cdot N_0/N_1}{3,18}}$ <p>2. Empotrada perfectamente en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+0,93 \cdot N_0/N_1}{7,72}}$
	<p>3. Articulada en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+1,09 \cdot N_0/N_1}{2,09}}$ <p>4. Empotrada perfectamente en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+0,35 \cdot N_0/N_1}{5,40}}$
	<p>5. Las fórmulas (1) y (3) pueden utilizarse también para el dimensionado de barras empotradas en un extremo y libres en el otro y en las que actúan las compresiones N_0 en el extremo libre y N_1 en el empotrado; como valor de s debe tomarse el doble de la longitud de la barra.</p>
	<p>6. Articulada en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+0,88 \cdot N_0/N_1}{1,88}}$ <p>7. Empotrada perfectamente en ambos extremos:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+0,93 \cdot N_0/N_1}{7,72}}$ <p>8. Empotrada perfectamente en O y articulada en l:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+0,51 \cdot N_0/N_1}{3,09}}$ <p>9. Articulada en O y empotrada perfectamente en l:</p> $s_K = s \cdot \sqrt{\frac{1+1,65 \cdot N_0/N_1}{5,42}}$

OBSERVACIONES: Las fórmulas son válidas para $N_0/N_1 \leq 1$. Pueden utilizarse también si N_0 es una tracción que no excede en valor absoluto de $0,2 \cdot N_1$; en este caso se sustituirá el signo + por un signo -.

Compresión en elementos de Madera

Construcciones de Madera y de Hierro

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1,00	2,00	3,00	4,04	5,05	6,06	7,10	8,12	9,18
	1,00	1,00	2,02	3,03	4,08	5,10	6,12	7,21	8,29	9,36
10	10,20	11,22	12,24	13,32	14,42	15,45	16,46	17,59	18,63	19,76
	10,40	11,44	12,60	13,65	14,84	15,90	16,96	18,19	19,26	20,52
20	21	22	23	24	25	26	28	29	30	31
	22	23	24	25	27	28	29	31	32	33
30	33	32	35	36	37	38	40	41	42	44
	35	36	37	39	40	42	44	45	47	49
40	45	46	48	49	51	52	53	55	56	58
	50	52	54	56	58	60	62	64	66	69
50	60	61	63	64	66	68	69	71	73	75
	71	73	76	78	81	84	86	89	92	94
60	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94
	97	100	104	106	110	113	117	121	124	128
70	96	98	100	102	105	107	109	112	114	116
	132	136	140	144	148	152	157	162	166	171
80	119	121	124	126	129	131	134	136	139	142
	176	181	186	192	197	202	208	214	220	226
90	145	147	150	153	156	158	161	164	167	170
	232	238	245	251	258	264	271	278	285	292
100	173	177	180	184	187	191	195	198	202	206
	300	309	318	328	337	348	357	368	378	389
110	210	21	217	221	225	229	233	237	241	245
	599	411	421	433	445	457	469	481	493	506
120	249	254	258	261	266	270	275	279	284	288
	518	531	544	558	572	585	600	615	630	644
130	293	297	302	306	311	316	320	325	330	335
	659	675	690	706	722	738	755	771	788	806
140	340	344	349	354	359	364	369	374	379	384
	823	840	859	877	896	915	933	953	972	992

VALORES DE $\lambda \sqrt{w}$ (arriba) valores DE λw (abajo) $\rightarrow \lambda \rightarrow u$



TABLA COEFICIENTES PARA MADEIRAS.											
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
0	1.00	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03	1.04	1.05	1.06	1.06	0
10	1.07	1.08	1.09	1.09	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	10
20	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	20
30	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.30	1.32	1.33	1.34	1.35	30
40	1.36	1.38	1.39	1.40	1.42	1.43	1.44	1.46	1.47	1.49	40
50	1.50	1.52	1.53	1.55	1.56	1.58	1.60	1.61	1.63	1.65	50
60	1.67	1.69	1.70	1.72	1.74	1.76	1.79	1.81	1.83	1.85	60
70	1.87	1.90	1.92	1.95	1.97	2.00	2.03	2.05	2.08	2.11	70
80	2.14	2.17	2.21	2.24	2.27	2.31	2.34	2.38	2.42	2.46	80
90	2.50	2.54	2.58	2.63	2.68	2.73	2.78	2.83	2.88	2.94	90
100	3.00	3.07	3.14	3.21	3.28	3.35	3.43	3.50	3.57	3.65	100
110	3.73	3.81	3.89	3.97	4.05	4.13	4.21	4.29	4.38	4.46	110
120	4.55	4.64	4.73	4.82	4.91	5.00	5.09	5.19	5.28	5.38	120
130	5.48	5.57	5.67	5.77	5.88	5.98	6.08	6.19	6.29	6.40	130
140	6.51	6.62	6.73	6.84	6.95	7.07	7.18	7.30	7.41	7.53	140
150	7.65	7.77	7.90	8.02	8.14	8.27	8.39	8.52	8.65	8.78	150
160	8.91	9.04	9.18	9.31	9.45	9.58	9.72	9.86	10.00	10.15	160
170	10.29	10.43	10.58	10.73	10.88	11.03	11.18	11.33	11.48	11.64	170
180	11.80	11.95	12.11	12.27	12.44	12.60	12.76	12.93	13.09	13.26	180
190	13.43	13.61	13.78	13.95	14.12	14.30	14.48	14.66	14.84	15.03	190
200	15.20	15.38	15.57	15.76	15.95	16.14	16.33	16.52	16.71	16.91	200
210	17.11	17.31	17.51	17.71	17.92	18.12	18.33	18.53	18.74	18.95	210
220	19.17	19.38	19.60	19.81	20.03	20.25	20.47	20.69	20.92	21.14	220
230	21.37	21.60	21.83	22.06	22.30	22.53	22.77	23.01	23.25	23.49	230
240	23.73	23.98	24.22	24.47	24.72	24.97	25.22	25.48	25.73	25.99	240
250	26.25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	250